Ruhr-Universität Bochum
Institut für Unternehmensführung (ifu)
14. Dezember 2010

# Risikomanagement in der Energiewirtschaft mittels stochastischer Optimierung

Rüdiger Schultz
Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik

## Übersicht:

- Didaktischer Aufhänger: Newsboy
- Wie geht man (formal) mit der Unsicherheit um ?
  Los wird man sie nie ! Stochastische Optimierung $\neq$ Hellseherei !
- Intermezzo: Mathematische Problemformulierungen
- Beispiel (I): Betriebsoptimierung für virtuelles Kraftwerk
- Wie kann man das rechnen ?
- Optima für unterschiedliche stochastische Gütekriterien
- Optimieren oder Akzeptieren ?
- Beispiel (II): Stromhändler: Forward-Verträge vs. Börse
- Was können die gezeigten Modelle nicht ?
- Beispiel (III): Pool-Strategie für Stromproduzent

# Didaktischer Aufhänger: Newsboy

## Zeitungsjunge – Lagerhaltung

Bestelle $x$ Einheiten zur Deckung des Bedarfs $d(\omega)$, der jedoch bei Bestellung noch mit Zufall behaftet ist.

### Kosten (pro Einheit):

Bestellung $c \geq 0$. Nachbestellung $b > c$, bei $d(\omega) > x$.

Lagerung $h$, bei $d(\omega) < x$.

### Gesamtkosten (Gut unendlich teilbar):

$$f(x, \omega) := cx + b \cdot \max\{d(\omega) - x, 0\} + h \cdot \max\{x - d(\omega), 0\}$$

### Formulierung als Optimalwert eines (zweistufigen) Optimierungsproblems:

$$f(x, \omega) \;=\; cx + \min\{by^+ + hy^- \,:\, y^+ - y^- = d(\omega) - x,\ y^+ \geq 0,\ y^- \geq 0\}$$

Wird es komplexer, so ist diese Sicht hilfreich.

## Wie geht man formal mit der Unsicherheit um ?

$$\begin{aligned} F(x;d) &= c \cdot x \;+\; b \cdot \max\{d-x,0\} \;+\; h \cdot \max\{x-d,0\} \\ &= 3x \;+\; 6 \cdot \max\{d-x,0\} \;+\; 4 \cdot \max\{x-d,0\} \end{aligned}$$

Situation 1: Man weiß, daß unbekannter Bedarf zwischen 0 und 100.

### Lösungsbegriff "Worst Case" (Robuste Optimierung):

Wähle die Bestellung so, daß die dann im ungünstigsten Fall entstehenden Gesamtkosten so klein wie möglich sind.

$$\begin{aligned} & \min_{0 \le x \le 100} \; \max_{0 \le d \le 100} F(x;d) \\ = \quad & \min_{0 \le x \le 100} \left\{ 3x + \max_{0 \le d \le 100} \{6 \max\{d-x,0\} + 4 \max\{x-d,0\}\} \right\} \\ = \quad & \min_{0 \le x \le 100} \left\{ 3x + \max\{4x, 6(100-x)\} \right\} = \min_{0 \le x \le 100} \; \max\{7x,\; 600-3x\} \;=\; 420 \end{aligned}$$

Optimum: $x_R = 60$

Situation 2:

Wahrscheinlichkeitsverteilung des Bedarfs bekannt, z.B. gleichverteilt zwischen $0$ und $100$.

Lösungsbegriff "Minimaler Erwartungswert" der Gesamtkosten (Stochastische Optimierung):

Wähle die Bestellung so, daß die zu erwartenden Gesamtkosten im Mittel so klein wie möglich werden.

$$\min_{0 \leq x \leq 100} \boldsymbol{E}_\omega \left[ F\big(x; d(\omega)\big) \right]$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_\omega[F(x, d(\omega))] &= b\boldsymbol{E}_\omega[d(\omega)] + (c-b)x + (h+b)\int_0^x \boldsymbol{P}_\omega[d(\omega) \leq z]\, dz \\ &= 300 - 3x + \frac{1}{20}x^2 \end{aligned}$$

Optimum: $x_S = 30$ Optimale Kosten: 255

Situation 0: Ersetze zufällige Daten durch ihre Erwartungswerte und rechne deterministisch.

Schlechte Idee !

$$\min_{0 \leq x \leq 100} \; F\Big(x; \boldsymbol{E}_\omega\left[d(\omega)\right]\Big)$$

Optimale Lösung: $x_M = \boldsymbol{E}_\omega\left[d(\omega)\right] = 50$

Optimale Kosten: 150 "Stuttgart 21" $F\Big(x; \boldsymbol{E}_\omega\left[d(\omega)\right]\Big) \leq \boldsymbol{E}_\omega\Big[F\big(x; d(\omega)\big)\Big]$

| Kostenvergleich | Robust | Stochastisch |
|---|---|---|
| $x_R = 60$ | 420 | 300 |
| $x_S = 30$ | 510 | 255 |
| $x_M = 50$ | 450 | 275 |

## Optimierung mit Mittelwerten vs. Optimierung von Mittelwerten

Bilder sagen mehr als Worte

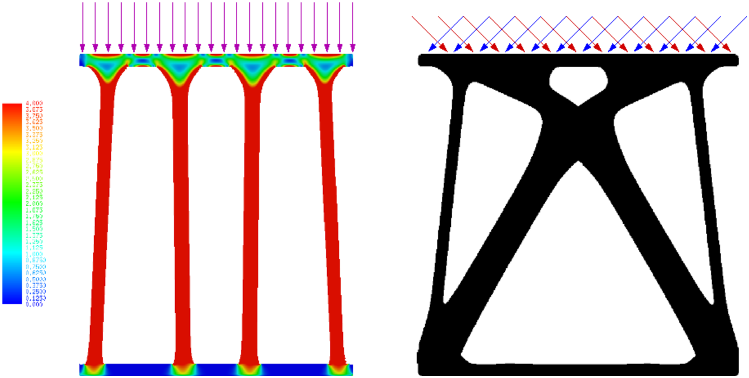
### Formoptimierung bei Linearer Elastizität und Stochastischer Last

- Form $\mathcal{O}$ (= offene Menge in $\boldsymbol{R}^2$ or $\boldsymbol{R}^3$).
- $h(\omega)$ und $g(\omega)$ zufallsbehaftete Volumenkräfte und Oberflächenlasten.
- Elastizitätsgleichung

$$
\begin{aligned}
-div(Ae(u)) &= h(\omega) && \text{in } \mathcal{O}\,,\\
u &= 0 && \text{auf } \Gamma_D\,,\\
(Ae(u))n &= g(\omega) && \text{auf } \Gamma_N\,,\\
(Ae(u))n &= 0 && \text{auf } \partial\mathcal{O} \setminus \Gamma_N \setminus \Gamma_D\,.
\end{aligned}
$$

  liefert Deformation $u(\mathcal{O},\omega)$.
- Zielfunktion: Minimiere Compliance (Nachgiebigkeit)

$$J(\mathcal{O},\omega) := \int_{\mathcal{O}} h \cdot u(\mathcal{O},\omega)\,\mathrm{d}x + \int_{\Gamma_N} g \cdot u(\mathcal{O},\omega)\,\mathrm{d}\mathcal{H}^{d-1}\,,$$



Lösungsvergleich von risikoneutraler stochastischer Optimierung und deterministischer Optimierung mit gemittelter Last,

Links: Optimierung mit Mittelwert.

Rechts Optimierung des Mittelwerts.

# Abstraktes Intermezzo:
# Mathematische Problemformulierungen

## Zufallsbehaftetes Optimierungsproblem

$$\min\left\{c^\top x \;+\; q^\top y \;\;:\;\; Tx \;+\; Wy \;=\; z(\omega),\; x \in X,\; y \in Y\right\}$$

($X$, $Y$ Lösungsmengen linearer Ungleichungssysteme mit Ganzzahligkeit.)

## Nichtantizipativität == Informationsbedingung

$$\text{entscheide } x \;\mapsto\; \text{beobachte } z(\omega) \;\mapsto\; \text{entscheide } y = y(x,\omega)$$

Dann:

$$f(x,\omega) \;:=\; c^\top x + \underbrace{\min_y\{q^\top y \,:\, Wy = z(\omega) - Tx,\; y \in Y\}}_{\text{im allg. nichtkonvex, unstetig in } x}$$

## "Optimierungsproblem"

$\min\{f(x,\omega) \,:\, x \in X\}$ Finde eine "kleinste" Zufallsvariable ! ?

Modellierung (Richtlinien, Grundfragen):

1. Akzeptiere ich eine Entscheidungsfindung nach nichtdeterministischen Kriterien ?
2. Welche Kriterien wären das dann ?
3. Wann ist eine Zufallsvariable einer anderen vorzuziehen ?
4. Kann ich das mathematisch exakt erfassen ?
5. Kann ich das dann für reale Anwendungen noch rechnen ?

## Vergleich auf Grundlage statistischer Parameter: Mean-Risk-Modelle

$$\min\{Q_{MR}(x) \ : \ x \in X\}$$

wobei

$$Q_{MR}(x) \quad = \quad \boldsymbol{E}\big[f(x,\omega)\big] \ + \ \rho \cdot \mathcal{R}\big[f(x,\omega)\big]$$

und $\boldsymbol{E}$ Erwartungswert sowie $\mathcal{R}$ eine Quantifizierung von Risiko, wie z.B.

### Überschußwahrscheinlichkeit

$$\mathcal{R}\big[f(x,\omega)\big] = \boldsymbol{P}\big[\{\omega \ : \ f(x,\omega) > \eta\}\big] \qquad (\eta \in \boldsymbol{R} \text{ fixiert})$$

### Gemittelter Überschuß

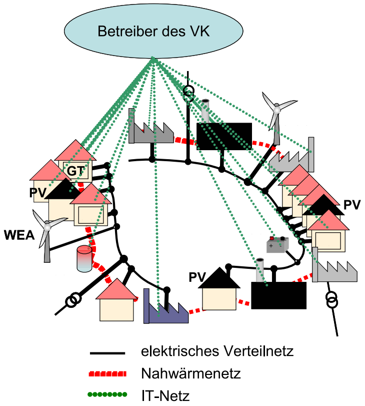
$$\mathcal{R}\big[f(x,\omega)\big] = \boldsymbol{E}\big[\max\{f(x,\omega) - \eta, 0\}\big] \qquad (\eta \in \boldsymbol{R} \text{ fixiert})$$

### Conditional Value-at-Risk

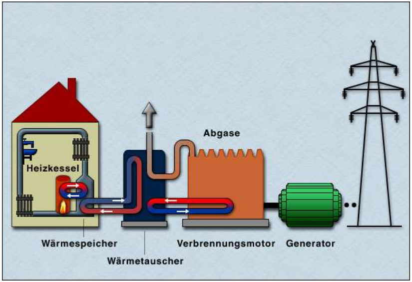
Für gegebenes $\alpha$, der Mittelwert der $(1-\alpha)\cdot 100\%$ ungünstigsten (größten) Realisierungen.

# Beispiel aus der Energiewirtschaft (I)

## Betrieb eines Energiesystems mit verteilter Erzeugung (Virtuelles Kraftwerk)



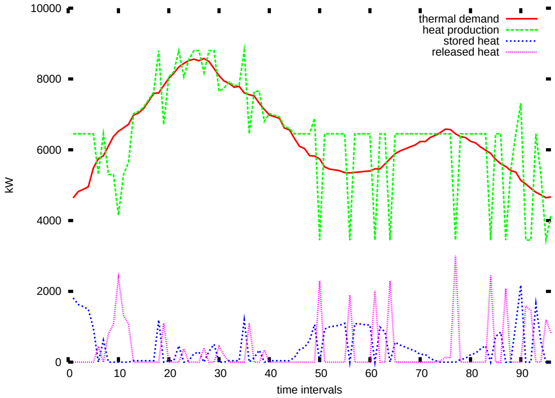

- Betrieb über eine Zeitspanne.
- Optimierungsziel: Kosten
  (= Betriebskosten - Handelserlöse)
- Zufall: Lasten, Energiepreise, erneuerbare Einspeisung.
- Daten vollständig bekannt für initiale Zeitperiode. Danach zufällig mit bekannten Verteilungen.
- Zweistufiges lineares Modell mit Ganzzahligkeit.




Virtuelles Kraftwerk:

- 5 KWK-Anlagen, jede mit thermischem Speicher und Kühler und zusammen 8 Gasboilern, 9 Gasmotoren und einer Gasturbine,
- 12 Windturbinen und ein Wasserkraftwerk,
- Stochastik an Input (Wind) und Output (Last, Preise),
- Zeithorizont 24 h, unterteilt in viertelstündliche Abschnitte.

- System wird als zufallsbehaftetes MILP modelliert,
- Deterministisches Problem (9.000 Boolesche, 8.500 stetige Variablen; 22.000 Restriktionen) lösbar mit Standardsoftware (CPLEX) in weniger als 20 Sekunden,
- Bild: Optimale Erzeugung und Speicherbewirtschaftung in KWK-Anlage (Ausschnitt, Wärmeproduktion, 24 h)



Nichtantizipativität:

Zufällige Daten sind bekannt für die ersten vier Stunden, danach stochastisch mit bekannter (geschätzter) Verteilung.

Literatur:


- Handschin, E.; Neise, F.; Neumann, H.; Schultz, R.: *Optimal operation of dispersed generation under uncertainty using mathematical programming,* **International Journal of Electrical Power & Energy Systems** *28 (2006), 618–626.*
- Schultz, R.; Neise, F.: *Algorithms for mean-risk stochastic integer programs in energy,* **Revista de Investigación Operacional** *28 (2007), 4–16.*

Wie kann man das rechnen ?

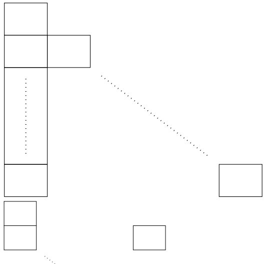
## Endliche Diskrete Verteilungen – Blockstrukturierte Gemischt-Ganzzahlige Lineare Programme (MILPs)

$z(\omega)$ habe endlich viele Realisierungen $z_j$ mit Wktn. $\pi_j, j = 1, \ldots, J$.

$\Rightarrow \min\{Q_E(x) : x \in X\}$ äquivalent zu Large-Scale MILP

$$\min \left\{ c^\top x + \sum_{j=1}^{J} \pi_j q^\top y_j \ : \ Tx + Wy_j \ = \ z_j, \ x \in X, \ y_j \in Y, \ j = 1, \ldots, J \right\}.$$

$$Q_E(x) \ = \ \boldsymbol{E}_\omega \Big[ f(x, \omega) \Big] \ = \ \boldsymbol{E}_\omega \Big[ c^\top x + \min_y \{ q^\top y \ : \ Wy = z(\omega) - Tx, \ y \in Y \} \Big]$$



Für $\mathcal{R}(f(x,\omega)) := \boldsymbol{P}\big[\{\omega \ : \ f(x,\omega) > \eta\}\big]$ (Überschußwahrscheinlichkeit), ergibt sich folgendes äquivalente MILP:

$$
\begin{aligned}
\min\{c^\top x \quad + \quad & \sum_{j=1}^{J} \pi_j q^\top y_j + \rho \cdot \sum_{j=1}^{J} \pi_j \theta_j \ : \\
& Tx + Wy_j \ = \ z_j, \\
& c^\top x + q^\top y_j - \eta \ \leq \ \mathtt{M} \cdot \theta_j, \\
& x \in X, \ y_j \in Y, \ \theta_j \in \{0,1\}, \\
& \qquad\qquad\qquad j = 1, \ldots, J\}.
\end{aligned}
$$

Günstige Blockstruktur:

Keine Zweitstufenvariablen aus unterschiedlichen Realisierungen in derselben Nebenbedingung.

## Algorithmen

Die Mean-Risk-Modelle mit ihren unterschiedlichen Spezifikationen sind nichtkonvex und nichtlinear. Wir verfügen über zwei Darstellungen:

- Kompakte Formulierung: $\min\{Q_{MR}(x) : x \in X\}$.
- Expandierte Formulierung als MILP wie gerade gesehen.

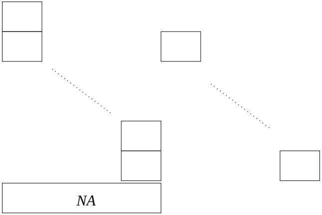
Lösung mittels Branch-and-Bound, wobei untere Schranken durch Lagrange-Relaxation der Nichtantizipativität berechnet werden.

Das volle Problem dekomponiert dabei realisierungsweise, wenn günstige Blockstruktur vorliegt.

1. Zerlege $X$.
2. Finde obere und untere Schranken für die Optimalwerte auf den Elementen der Zerlegung.
3. Schneide Elemente der Zerlegung ab (optimale, unzulässige, chancenlose).

Untere Schranken durch Lagrange-Relaxation der Nichtantizipativität (NA):

Führe Kopien $x_j, j = 1, \ldots, J$ ein, und füge $x_1 = \ldots = x_J$ hinzu.




- Zielfunktion im Lagrange-Dualproblem wird realisierungsweise berechnet. Decomposition !!
- Heuristiken für obere Schranken.

Dimensionen der stochastischen Programme (äquivalente MILPs) im risikoneutralen Fall:

| Realisierungen | Boolesche Var. | Stetige Var. | Restriktionen |
|---|---|---|---|
| 1 | 8.959 | 8.453 | 22.196 |
| 5 | 38.719 | 36.613 | 96.084 |
| 10 | 75.919 | 71.813 | 188.444 |
| 50 | 373.519 | 353.413 | 927.324 |

Nicht länger direkt behandelbar mit Standard-MILP-Lösern.

# Lösungszeiten und -güten für Erwartungswertmodell

| Anzahl Realisierungen | Dekomposition | | |
|---|---|---|---|
| | Zielfunktion | Optimalitätslücke (%) | Zeit (Sek.) |
| 5 | 7.150.903 | 0,0067 | 8 |
| 10 | 5.987.578 | 0,0087 | 52 |
| 20 | 5.837.559 | 0,0088 | 172 |
| 30 | 5.928.542 | 0,0093 | 364 |
| 40 | 5.833.191 | 0,0093 | 487 |
| 50 | 5.772.268 | 0,0094 | 611 |

| Anzahl Realisierungen | CPLEX | | |
|---|---|---|---|
| | Zielfunktion | Optimalitätslücke (%) | Zeit (Sek.) |
| 5 | 7.150.945 | 0,0072 | 11 |
| 10 | 5.987.642 | 0,0099 | 253 |
| 20 | 5.837.584 | 0,0093 | 1.769 |
| 30 | 5.928.500 | 0,0091 | 9.486 |
| 40 | 5.833.156 | 0,0107 | 26.286 |
| 50 | 5.772.335 | 0,0129 | 22.979 |

## Mean-Risk-Modell mit Überschußwahrscheinlichkeit, Dekompositionsverfahren

| Anzahl Realisierungen | Zeit (Sek.) | $\rho$ | $Q_E$ | $Q_{\mathcal{R}}$ | Lücke (%) |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 300 | 0 | 7.150.866 | – | 0,0062 |
| | | 0,0001 | 7.150.913 | 0,400 | 0,0066 |
| | | 10.000 | 7.150.930 | 0,400 | 0,0348 |
| 10 | 450 | 0 | 5.987.526 | – | 0,0078 |
| | | 0,0001 | 5.987.554 | 0,370 | 0,0084 |
| | | 10.000 | 5.987.556 | 0,370 | 0,0302 |
| 20 | 600 | 0 | 5.837.500 | – | 0,0078 |
| | | 0,0001 | 5.837.560 | 0,205 | 0,0089 |
| | | 10.000 | 5.837.556 | 0,205 | 0,0183 |
| 50 | 1500 | 0 | 5.772.226 | – | 0,0087 |
| | | 0,0001 | 5.772.271 | 0,205 | 0,0096 |
| | | 10.000 | 5.772.287 | 0,205 | 0,0151 |

## Mean-Risk-Modell mit Überschußwahrscheinlichkeit, CPLEX

| Anzahl Realisierungen | Zeit (Sek.) | $\rho$ | $Q_E$ | $Q_{\mathcal{R}}$ | Lücke (%) |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 300 | 0 | 7.150.850 | – | 0,0057 |
| | | 0,0001 | 7.150.900 | 0,400 | 0,0064 |
| | | 10.000 | 7.150.880 | 0,400 | 0,0342 |
| 10 | 450 | 0 | 5.987.670 | – | 0,0104 |
| | | 0,0001 | 5.987.630 | 0,370 | 0,0098 |
| | | 10.000 | 5.987.630 | 0,370 | 0,0315 |
| 20 | 600 | 0 | infeasible | | infinity |
| | | 0,0001 | infeasible | | infinity |
| | | 10.000 | infeasible | | infinity |
| 50 | 1500 | 0 | infeasible | | infinity |
| | | 0,0001 | infeasible | | infinity |
| | | 10.000 | infeasible | | infinity |

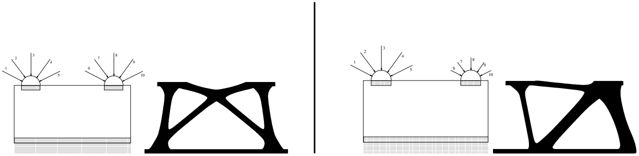
Unterschiedliche stochastische Gütekriterien liefern unterschiedliche Optima

Risikoaverse Lösungen können sich beträchtlich von risikoneutralen unterscheiden.

(Lassen erneut Bilder sprechen.)

Risikoneutrales Modell: $\boldsymbol{E}_\omega[J(\mathcal{O},\omega)] \;\rightarrow\; \mathsf{min!}$

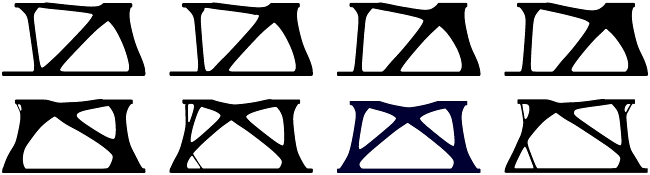
(Gelöst mit Abstiegsverfahren basierend auf Formableitungen.)



Symmetrische stochastische Lastkonfiguration links, asymmetrische rechts

Risikoaverses Modell – Gemittelter Überschuß:

$\boldsymbol{E}_\omega \left[\max\left\{J(\mathcal{O},\omega) - \eta, 0\right\}\right] \;\rightarrow\; \text{min!}$



Eine Folge von Lösungen für die Optimerung des gemittelten Überschusses $\eta =$ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0. , 1.5.

Optimieren oder Akzeptieren ?

## Risikoaversion mit stochastischer Dominanz

- Idee: Finde "akzeptable" $x$ durch Vergleich mit einer stochastischen Benchmarkverteilung.
- Vergleich mittels "gewöhnlicher" stochastischer Ordnung:

$$f(x,z) \preceq_1 a$$

falls

$$\nu(a \le \eta) \;\;\le\;\; \mu\big(f(x,z) \le \eta\big) \qquad \forall \eta \in \boldsymbol{R}$$

($\mu \in \mathcal{P}(\boldsymbol{R}^s)$ – Verteilung von $z$, $\nu \in \mathcal{P}(\boldsymbol{R})$ – Verteilung von $a$)

($f$ nimmt kleine Werte mit höherer Wahrscheinlichkeit an als $a$.)

- Vergleich mittels "Increasing Convex Order":

$$f(x,z) \preceq_{icx} a$$

falls

$$\int_{R^s} [f(x,z) - \eta]_+ \, \mu(dz) \;\;\le\;\; \int_R [a - \eta]_+ \, \nu(da) \qquad \forall \eta \in \boldsymbol{R}$$

(Im Mittel übersteigt $f$ Schwellen um weniger als $a$.)

Betrachten mit einem Benchmark $a(\omega)$ die Zulässigkeitsmenge

$$\left\{x \in X \;:\; f(x, z(\omega)) \preceq a(\omega)\right\}$$

... und weiter

$$\min\left\{g^\top x \;:\; x \in X,\; f(x, z(\omega)) \preceq a(\omega)\right\} \tag{1}$$

Beispiel:

- Finde unter allen wirtschaftlich akzeptablen Auslegungen für ein virtuelles Kraftwerk eine solche, die mit minimalem Verbrauch fossiler Brennstoffe auskommt.
- Finde unter allen wirtschaftlich akzeptablen Betriebsplänen einen mit den wenigsten Anfahrvorgängen.

Dominance Constrained Stochastic Integer Program

Anmerkungen:

- Benchmarks verallgemeinern deterministische Schranken: Einpunktverteilung $\rightarrow$ Mehrpunktverteilung.
- Benchmarks lassen sich z.B. aus statistischen Daten ableiten oder aus "Wünschen" bzw. Expertenmeinungen.
- Wieder lassen sich äquivalente MILPs formulieren, falls Datenverteilung $z(\omega)$ und Benchmark $a(\omega)$ endlich diskret sind.
- Für die äquivalenten MILPs haben wir Dekompositionsverfahren entwickelt, welche wieder auf einer Kopplung von Lagrange-Relaxation und B&B beruhen.

# Beispiel aus der Energiewirtschaft (II)

- Carrión, M.; Gotzes, U.; Schultz, R.:
  *Risk aversion for an electricity retailer with second-order stochastic dominance constraints,* **Computational Management Science** *6 (2009), 233–250.*

Beispiel: Stromgroßhändler

Nichtantizipative Entscheidungen (zu Beginn eines (Geschäfts-) Jahres):

- Forward-Verträge für Einkäufe (Grundlast, Spitzenlast),
- Verkaufspreise für Kunden (industrielle, kommerzielle, Privathaushalte).

Entscheidungen der zweiten Stufe:

- Day-ahead Trading (ungewisse Poolpreise),
- Belieferung der Kunden (ungewisse Nachfrage).

Benchmark:

- Ein gerade noch für den Händler akzeptables Gewinnprofil.

Zielfunktion $g^\top x$:

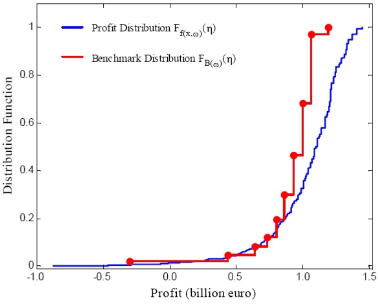
- Die Summe der Verkaufspreise in den einzelnen Kundenkategorien.

Zunächst:

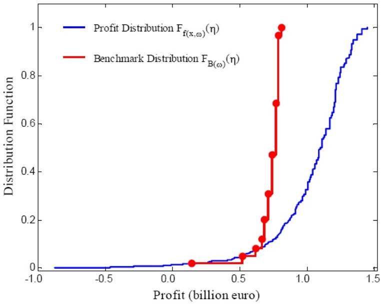
Risikoneutrale Maximierung des erwarteten Gewinns.

$\Rightarrow$ $\hat{x}$ ist optimale Festlegung von Forwards und Verkaufspreisen.

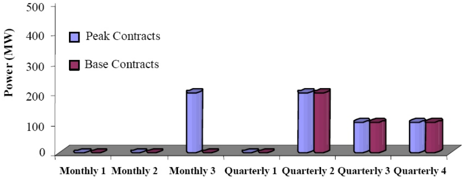
$\Rightarrow$ Blau: Verteilungsfunktion des zufallsbehafteten Gewinns $f(\hat{x}, \omega)$



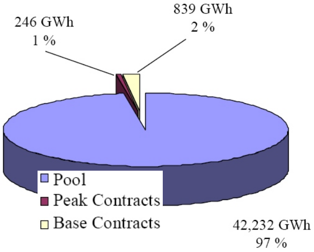
Profit Distribution $F_{f(x,\omega)}(\eta)$
Benchmark Distribution $F_{B(\omega)}(\eta)$
Distribution Function
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
Profit (billion euro)

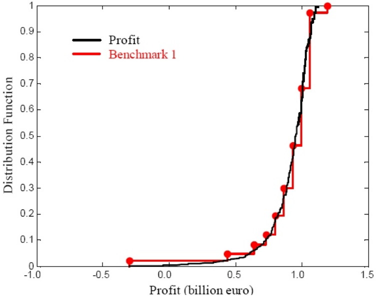
Profit Distribution $F_{f(x,\omega)}(\eta)$
Benchmark Distribution $F_{B(\omega)}(\eta)$
Distribution Function
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
Profit (billion euro)

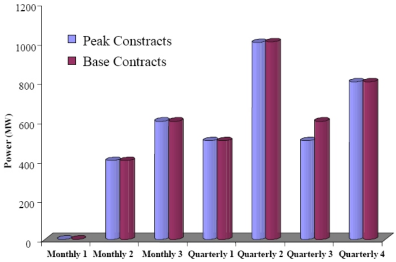



Power (MW)
500
400
300
200
100
0
Peak Contracts
Base Contracts
Monthly 1
Monthly 2
Monthly 3
Quarterly 1
Quarterly 2
Quarterly 3
Quarterly 4

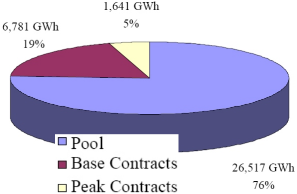
246 GWh
1 %
839 GWh
2 %
Pool
Peak Contracts
Base Contracts
42,232 GWh
97 %

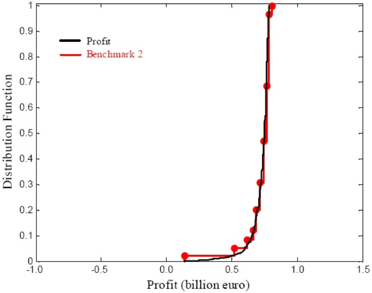


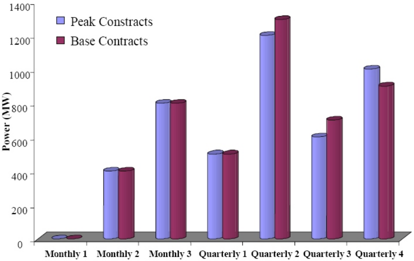




- Expected Profit: 915 M€ (↓ 12%)
- Profit Standard Deviation: 183 M€ (↓ 36%)
- Worst Scenario Profit: -298 M€ (↑ 66%)

- Selling price:
  - Industrial: 42.32 €/MWh (↑ 5%)
  - Commercial: 58.48 €/MWh (↑ 9%)
  - Residential: 60.13 €/MWh (↑ 3%)

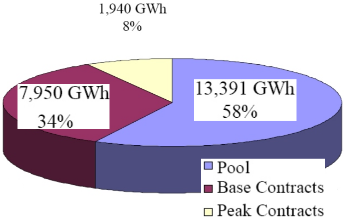





- Expected Profit: 721 M€ (↓ 13%)
- Profit Standard Deviation: 142 M€ (↓ 51%)
- Worst Scenario Profit: 140 M€ (↑ 116%)

- Selling price:
  - Industrial: 51.04 €/MWh (↑ 27%)
  - Commercial: 64.55 €/MWh (↑ 21%)
  - Residential: 66.67 €/MWh (↑ 14%)



Was können die gezeigten Modelle nicht ?

- Natur der Ungewißheit:

$$\text{entscheide } x \;\mapsto\; \text{beobachte } z(\omega) \;\mapsto\; \text{entscheide } y = y(x,\omega)$$

  Exogener Zufall:
  Verteilung von $z(\omega)$ wird nicht durch die Wahl der Variablen $x$ beeinflußt.

  Dies schließt z.B. Modelle aus, in denen Marktteilnehmer mit Marktmacht agieren.

- Begrenzte Interaktion der Entscheider (leader/follower)

  Leader wählt $x$.

  $\longrightarrow$ Follower akzeptiert $x$ und beobachtet $z(\omega)$.

  $\longrightarrow$ Follower löst das Optimierungsproblem der zweiten Stufe.

  $\longrightarrow$ Follower übermittelt Optimalwert $\Phi(z(\omega) - Tx)$ an Leader.

  $\longrightarrow$ Leader wählt "beste" Zufallsvariable in

$$f(x, \omega) = c^\top x + \Phi(z(\omega) - Tx),\ x \in X.$$

  Bi-Level-Problem (Stackelberg-Spiel):

  Follower gibt eine Optimallösung $y_{opt}(x, \omega)$ zurück an den Leader.

## Zweistufiges stochastisches Programm aus Bi-Level-Sicht

$$\min\left\{c^\top x + q^\top y \;:\; Tx + Wy = z(\omega),\; x \in X,\; y \in Y\right\}$$

Äquivalent:

$$\min\Big\{c^\top x + q^\top y \;:\; x \in X,$$
$$y = y(x,\omega) \text{ löst } \min\{q^\top y : Wy = z(\omega) - Tx,\; y \in Y\}\Big\}$$

Optimalwert des Follower-Problems geht zurück an den Leader.

## Bi-level Modell:

$$\min\Big\{c^\top x + d^\top y \;:\; x \in X,$$
$$y = y(x,\omega) \text{ löst } \min\{q^\top y : Wy = z(\omega) - Tx,\; y \in Y\}\Big\}$$

Eine optimale Lösung geht zurück.

# Beispiel aus der Energiewirtschaft (III)

Ruiz, C.; Conejo, A.:
*Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices*, **IEEE Transactions on Power Systems** *24 (2009), 1855 - 1866.*

## Pool-Strategie für strategischen Stromproduzenten:

Leader-Problem:
Strategischer Stromproduzent sucht stündliche Angebotskurven für Day-Ahead-Markt mit dem Ziel der Gewinnmaximierung.

Follower-Problem:
Marktklärung (Nachfragen der Verbraucher, Angebote der Produzenten) und Preisformierung mit dem Ziel der Maximierung des sozialen Wohls - “social welfare” (mehrperiodisch, netzwerkrestringiert).

Leader übermittelt:
Preis-Mengen-Offerten für einzelne Gruppen von Erzeugereinheiten in gewissen Zeitperioden.

Follower gibt zurück:
Ortsbezogene Marginalpreise und Produktionsmengen (Strom).

## Ungewißheit:

Verbrauchernachfragen, Angebote der Mitbewerber.

## Ergänzende Literatur


- Shapiro, A.; Dentcheva, D.; Ruszczyński, A.:
  *Lectures on Stochastic Programming - Modeling and Theory, SIAM, Philadelphia, 2009.*
- Wallace, S.W.; Ziemba, W.T. (Eds.):
  *Applications of Stochastic Programming, SIAM, Philadelphia, 2005.*
- Schultz, R., Wagner, H.-J. (Eds.):
  *Innovative Modellierung und Optimierung von Energiesystemen, LIT Verlag, Dr. W. Hopf, Berlin, 2009.*